Fyta12: Extra uppgift i kvantmekanik, kap 25

BS-25. Linjär potential

En meson kan ses som ett bundet tillstånd mellan en kvark och en antikvark, sammanhållna av en stark kraft som ofta modelleras med en linjär potential (som ger en konstant kraft F, som kan ses som den mekaniska spänningen i en sträng med konstant energitäthet).

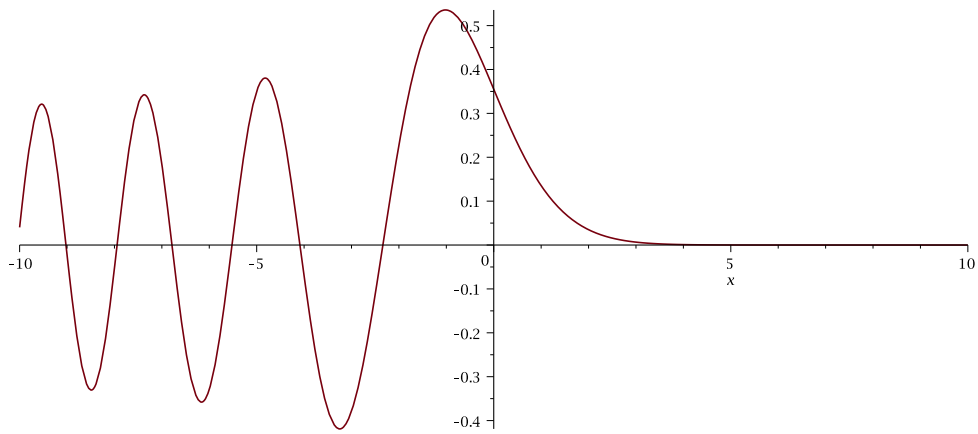
Betrakta en partikel med massan m rör sig i en dimension i potentialen $V(x) = F|x|$, med $F > 0$.
(a) Skissa potentialen.
(b) Skriv ned egenvärdesekvationen för $\phi(x)$, och visa att den i termer av en lämpligt omskalad variabel y, med $x = ay$ kan avdimensionaliseras till

$$-u''(y) + |y|u(y) = eu(y),$$

för $u(y) = \phi(ay)$.
(c) Egenfunktionerna ϕ (och därmed u) kan väljas som udda eller jämna, så att det räcker att betrakta $u(y)$ för $y \geq 0$, med lämpliga randvillkor i origo – vilka?
(d) Visa att ekvationen för $y > 0$ kan förvandlas till Airys ekvation:

$$g''(z) = zg(z)$$

som har två linjärt oberoende lösningar, men bara en som inte divergerar för $z \to \infty$, den s.k. Airy-funktionen $\mathrm{Ai}(z)$. Den är avtagande för $z > 0$, men oscillerar för $z < 0$.
(e) Visa att (de avdimensionaliserade) energivärdena e_n är enkelt relaterade till extrema och nollställen till $\mathrm{Ai}(z)$.



Figur 1: Airyfunktionen $\mathrm{Ai}(x)$